Leerstoel voor Algemene en Vergelijkende Bosbouw
Prof. dr. M. Van Miegroet

LE DEGRÉ DE PRÉCISION DANS LE CALCUL DE LA COURBE D'ÉQUILIBRE D'APRÈS DE LIOCOURT

par

N. Lust
Aspirant du Fonds National de la Recherche Scientifique

O.D.C. 221.41

De Liocourt a constaté que les nombres de pieds dans une futaie jardinée idéale diminuent selon une progression géométrique de la forme :

$a, a.q^{-1}, a.q^{-2}, \dots \quad \dots a.q^{-(n-2)}, a.q^{-(n-1)}.$

Pratiquement, ceci signifie que la répartition des nombres de pieds peut être calculée de deux manières :

1. Par la division par q du nombre de pieds, a, dans la classe de diamètre 15.
   Le nombre de pieds, ainsi obtenu, est divisé à son tour par le coefficient de gradation, etc.
2. Par la multiplication par q du nombre de pieds dans la classe la plus haute, à savoir 1. Le nombre de pieds, ainsi obtenu, est multiplié à son tour par q, etc.

Bien que le calcul de la répartition des nombres de pieds soit donc très simple, du moins lorsque les valeurs de q et de a ou de n sont connues, les courbes d'équilibre obtenues à partir des mêmes données, mais calculées par différents auteurs, sont loin d'être analogues. Ceci rend impossible la comparaison, pourtant nécessaire, des courbes de gradation.

La raison la plus importante en est sans doute que les auteurs arrondissent les nombres de pieds de manière différente. Lors du calcul des nombres de pieds des courbes d'équilibre, se pose en effet immédiatement la question comment faut-il faire l'arrondissement des nombres qui indiquent le nombre de pieds calculé pour chaque classe de diamètre.

Lors du calcul des nombres de pieds, à partir de q et de D_E (diamètre maximal), deux points doivent être pris en considération :

1. De quelle manière arrondir le nombre qui sert à calculer le nombre de pieds suivant, en d'autres termes, combien de chiffres faut-il garder après l'unité.
2. Comment l'enregistrement des nombres de pieds se fait-il?

Il n'y a guère d'uniformité, surtout en ce qui concerne le premier point, de sorte qu'il n'est pas étonnant à constater que deux auteurs, à partir d'une même valeur de q et d'une même limite d'exploitabilité, aboutissent à une valeur différente de a. L'arrondissement peut en effet être effectué de manière fort différente.

1. Si, par exemple, le nombre de pieds théorique dans la classe 50 est égal à 14,934572184, lors du calcul du nombre de pieds dans la classe 45, ce nombre total est multiplié par q. La courbe de gradation ainsi calculée peut être considérée comme *idéale*.
2. Le nombre de pieds est arrondi, au chiffre supérieur ou inférieur, par exemple au troisième chiffre après l'unité. Dans ce cas, pour le calcul du nombre de pieds suivant, 14,935 est multiplié par q. Une telle courbe de nombre de pieds, pour toutes les valeurs de q entre 1,20 et 1,60, est tout à fait analogue à la courbe idéale. Le calcul de la courbe de nombre de pieds selon 1. n'est donc point nécessaire, de sorte que la répartition, calculée selon 2, peut être considérée comme une courbe *normale*.
3. Lorsque l'arrondissement est effectué au deuxième chiffre après l'unité, le résultat en est pratiquement le même que celui obtenu par 2.
   Avec, par exemple, $q = 1,20$ et $D_E = 125$ cm, le nombre de pieds total (N) ne diffère que de 1,2, de sorte qu'une telle répartition de nombre de pieds peut être considérée comme *quasiment normale*. Un tel procédé peut être utilisé pour commodité, mais il décèle toujours une petite erreur.
   Dans l'exemple ci-dessus, le nombre de pieds dans la classe 45 est égal à $14,93 \times q$.
4. Si l'on effectue l'arrondissement au premier chiffre après l'unité, l'erreur dans N est déjà considérable; avec $q = 1,20$ et $D_E = 125$ cm, la divergence de la courbe normale s'élève pour N et a respectivement à 8,3 et 1,7.
   Il faut donc considérer ce procédé comme absolument fautif, étant donné que le résultat obtenu n'est que *presque normal*. Dans ce cas, le nombre de pieds dans la classe 45 serait égal à $14,9 \times q$.
5. Lorsque l'on arrondit, au chiffre supérieur ou inférieur, à l'unité même comme cela arrive, hélas, si souvent en pratique, l'erreur

est déjà si grande, qu'il faut parler d'une courbe de nombre de pieds *anormale*.
Le nombre de pieds dans la classe de diamètre 45 devient égal à $15 \times q$.
(Pour la deuxième classe la plus haute, l'arrondissement se fait évidemment toujours à 2,0, sinon le nombre de pieds pour les valeurs de q plus basses que 1,5 resterait 1,0).

6. Enfin lorsque l'on arrondit l'unité au chiffre supérieur, l'erreur en devient si grande qu'il faut parler d'une courbe de pieds *complètement anormale*.

Pour un calcul très précis de la répartition de nombre de pieds, il faut donc arrondir les nombres qui servent à calculer les nombres de pieds suivants au plus tôt au troisième chiffre après l'unité.

Il est évident que l'enregistrement du nombre de pieds ne doit pas se faire jusqu'à trois chiffres après l'unité, ni même jusqu'à deux. La divergence de l'arrondissement à 0,01 et 0,1 pour N et le volume correspondant V, avec $q = 1{,}20$ et $D_E = 125$, ne s'élève qu'à 0,05 respectivement 0,43 m^3.(*)

Lors de l'enregistrement du nombre de pieds, même lorsque l'arrondissement s'effectue à l'unité, le nombre de pieds total ainsi calculé, ne diffère pas en fait de la valeur réelle de N. La plus grande divergence ainsi obtenue, c'est-à-dire avec $q = 1{,}60$ et $D_E = 65$ cm, s'élève à 2,4 ou 1,3 %.

Il y a pourtant deux raisons sérieuses à ne pas suivre ce procédé :

a. Le cours indistinct des nombres de pieds dans les classes de diamètre les plus hautes. Les différentes classes auraient un nombre de pieds égal. Avec, par exemple, $q = 1{,}20$ et $D_E = 125$ cm, le nombre de pieds dans les classes 125, 120 et 115 serait égal à 1, et dans les classes 110, 105 et 100 il serait égal à 2. Une détermination précise de la structure des classes de diamètre les plus hautes fait ainsi défaut.

b. Le volume correspondant à une telle courbe de nombre de pieds diffère assez fort du volume exact. (15 m^3 avec $q = 1{,}20$ et $D_E = 125$ cm).
Lors de l'enregistrement des nombres de pieds, il est, par conséquent, le mieux d'arrondir à un seul chiffre après l'unité.

La même chose peut être énoncée au sujet de l'arrondissement lors de l'enregistrement du volume.

(*) Le tarif pour le calcul du volume est indiqué dans «Sapinières». p. 90.

En effet, la précision plus grande obtenue par l'enregistrement du volume jusqu'à 0,01 est minime (tout au plus 0,07 % ou 0,43 m³) D'autre part, il ne serait pas logique d'arrondir à l'unité, étant donné que les nombres de pieds sont arrondis à 0,1. Et pourtant, par l'arrondissement à l'unité, l'erreur s'élève tout au plus à 1,27 % ou 1,64 m³.

Pour montrer ceci avec plus de clarté, dans le tableau I le nombre de pieds (N) et le volume (V) enregistrés pour les courbes calculées avec q = 1,30 et 1,50 sont arrondis selon les différentes possibilités citées ci-dessus.

TABLEAU I

Nombre de pieds et volume de courbes d'équilibre arrondis de manière différente

1.q = 1,30

	N.						V.					
Cl. D.	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
100	1,0	1,0	1,0	1,0	1	1	9,7	9,7	9,7	9,7	9,7	9,7
95	1,3	1,3	1,3	1,3	*2*	2	11,5	11,5	11,5	11,5	17,7	17,7
90	1,7	1,7	1,7	1,7	3	3	13,7	13,7	13,7	13,7	24,1	24,1
85	2,2	2,2	2,2	2,2	4	4	15,9	15,9	15,9	15,9	28,9	28,9
80	2,9	2,9	2,9	2,9	5	6	18,7	18,7	18,7	18,7	32,2	38,6
75	3,7	3,7	3,7	*3,8*	7	8	21,0	21,0	21,0	21,6	39,8	45,5
70	4,8	4,8	4,8	4,9	9	11	23,8	23,8	23,8	24,3	44,6	54,5
65	6,3	6,3	6,3	6,4	12	15	26,8	26,8	26,8	27,3	51,1	63,9
60	8,2	8,2	8,2	8,3	16	20	29,5	29,5	29,5	29,9	57,7	72,1
55	10,6	10,6	10,6	10,8	21	26	31,7	31,7	31,7	32,3	62,8	77,7
50	13,8	13,8	13,8	14,0	27	34	33,4	33,4	33,4	33,9	65,3	82,2
45	17,9	17,9	*18,0*	18,2	35	45	34,0	34,0	34,2	34,5	66,4	85,4
40	23,3	23,3	23,4	23,7	46	59	33,3	33,3	33,4	33,9	65,7	84,3
35	30,3	30,3	30,4	30,8	60	77	30,8	30,8	30,9	31,3	61,0	78,2
30	39,4	39,4	39,5	40,0	78	101	27,0	27,0	27,1	27,4	53,5	69,3
25	51,2	51,2	51,3	52,0	101	132	23,2	23,2	23,2	23,5	45,7	59,7
20	66,5	66,5	66,7	67,6	131	172	17,9	17,9	18,0	18,2	35,3	46,2
15	86,5	86,5	86,7	87,9	170	224						
	285,1	285,1	285,8	289,6	558	716	401,9	401,9	402,5	407,6	761,5	938,0

	% bois fort	% bois moyen	% petit bois	Vol. arbre moyen
1.	50,3 (202,3 m³)	32,7 (131,5 m³)	17,0 (68,1 m³)	1,41
2.	50,3 (202,3 m³)	32,7 (131,5 m³)	17,0 (68,1 m³)	1,41
3.	50,2 (202,3 m³)	32,8 (131,9 m³)	17,0 (68,3 m³)	1,41
4.	50,3 (204,9 m³)	32,8 (133,6 m³)	17,0 (69,1 m³)	1,41
5.	48,4 (368,6 m³)	33,9 (258,4 m³)	17,7 (134,5 m³)	1,36
6.	46,1 (432,7 m³)	35,2 (330,1 m³)	18,7 (175,2 m³)	1,31

2.q = 1,50

Cl. D.	N. 1	N. 2	N. 3	N. 4	N. 5	N. 6	V. 1	V. 2	V. 3	V. 4	V. 5	V. 6
75	1,0	1,0	1,0	1,0	1	1	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7
70	1,5	1,5	1,5	1,5	*2*	*2*	7,4	7,4	7,4	7,4	9,9	9,9
65	2,3	2,3	2,3	2,3	3	3	9,8	9,8	9,8	9,8	12,8	12,8
60	3,4	3,4	3,4	*3,5*	4	5	12,3	12,3	12,3	12,6	14,4	18,0
55	5,1	5,1	5,1	5,3	6	8	15,2	15,2	15,2	15,8	17,9	23,9
50	7,6	7,6	7,6	8,0	9	12	18,4	18,4	184,	19,3	21,8	29,0
45	11,4	11,4	11,4	12,0	14	18	21,6	21,6	21,6	22,8	26,6	34,2
40	17,1	17,1	17,1	18,0	21	27	24,4	24,4	24,4	15,7	30,0	38,6
35	25,6	25,6	*25,7*	27,0	31	41	26,0	26,0	26,1	27,4	31,5	41,7
30	38,4	38,4	38,6	40,5	47	62	26,4	26,4	26,5	27,8	32,3	42,5
25	57,7	57,7	57,8	60,8	70	93	26,1	26,1	26,1	27,5	31,7	42,1
20	86,5	86,5	86,7	91,2	105	140	23,3	23,3	23,4	24,6	28,3	37,8
15	129,8	129,8	130,1	136,8	158	210						
	257,7	257,7	258,2	271,1	313	412	216,6	216,6	216,9	226,4	262,9	336,2

	% bois fort	% bois moyen	% petit bois	Vol. arbre moyen
1.	23,3 (50,4 m³)	41,7 (90,4 m³)	35,0 (75,8 m³)	0,84
2.	23,3 (50,4 m³)	41,7 (90,4 m³)	35,0 (75,8 m³)	0,84
3.	23,2 (50,4 m³)	41,7 (90,5 m³)	35,1 (76,0 m³)	0,84
4.	22,7 (51,3 m³)	42,0 (95,2 m³)	35,3 (79,9 m³)	0,84
5.	23,1 (60,7 m³)	41,8 (109,9 m³)	35,1 (92,3 m³)	0,84
6.	20,9 (70,3 m³)	42,7 (143,5 m³)	36,4 (122,4 m³)	0,82

Remarque. Les nombres de pieds en italiques indiquent où est commise la première erreur.

Ce tableau montre clairement que les courbes soi-disant normales et idéales sont en fait identiques, que les courbes quasiment normales et presque normales donnent lieu à des erreurs déjà plus ou moins grandes et que, finalement, les courbes anormales et complètement anormales provoquent des erreurs incroyablement grandes. Le dernier procédé est donc absolument à rejeter, vu qu'il fausse entièrement les résultats.

Afin de montrer avec évidence les différences entre les caractéristiques les plus importantes des courbes normale (norm.), anormale (an.) et complètement anormale (c.an.), elles sont représentées graphiquement dans les figures 1 et 2. Ces figures font observer que les valeurs de a, N et V, surtout les deux premières, sont fort montées. Avec, par exemple, q = 1,30 et cela pour une courbe anormale, a et N sont environ 2,5 fois trop grandes.

La hausse est la plus grande pour les valeurs de q les plus basses dans la courbe complètement anormale. Que ce phénomène-

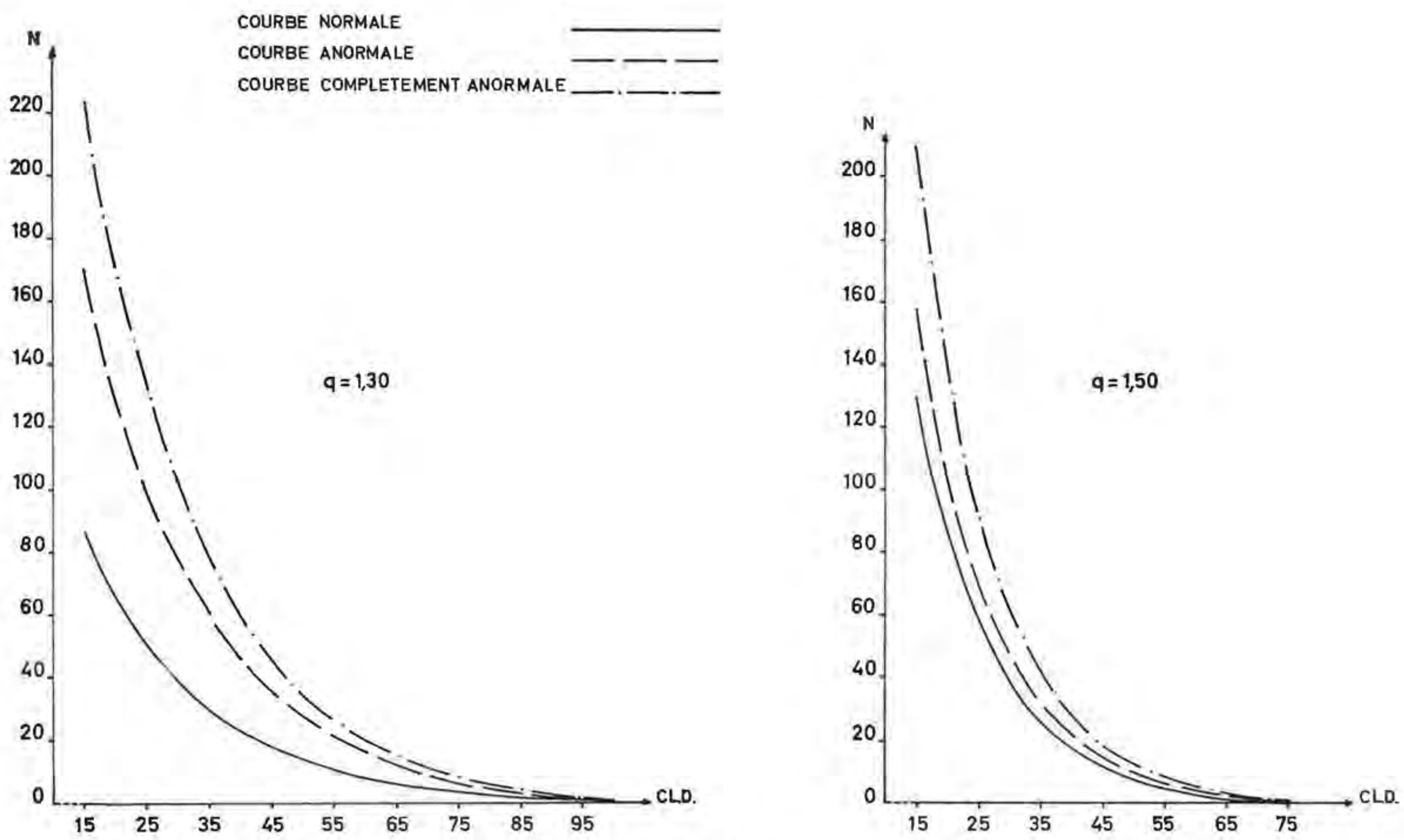

Fig. 1 : Répartition de nombre de pieds des courbes normales, anormales et complètement anormales, avec q = 1,30 et 1,50.

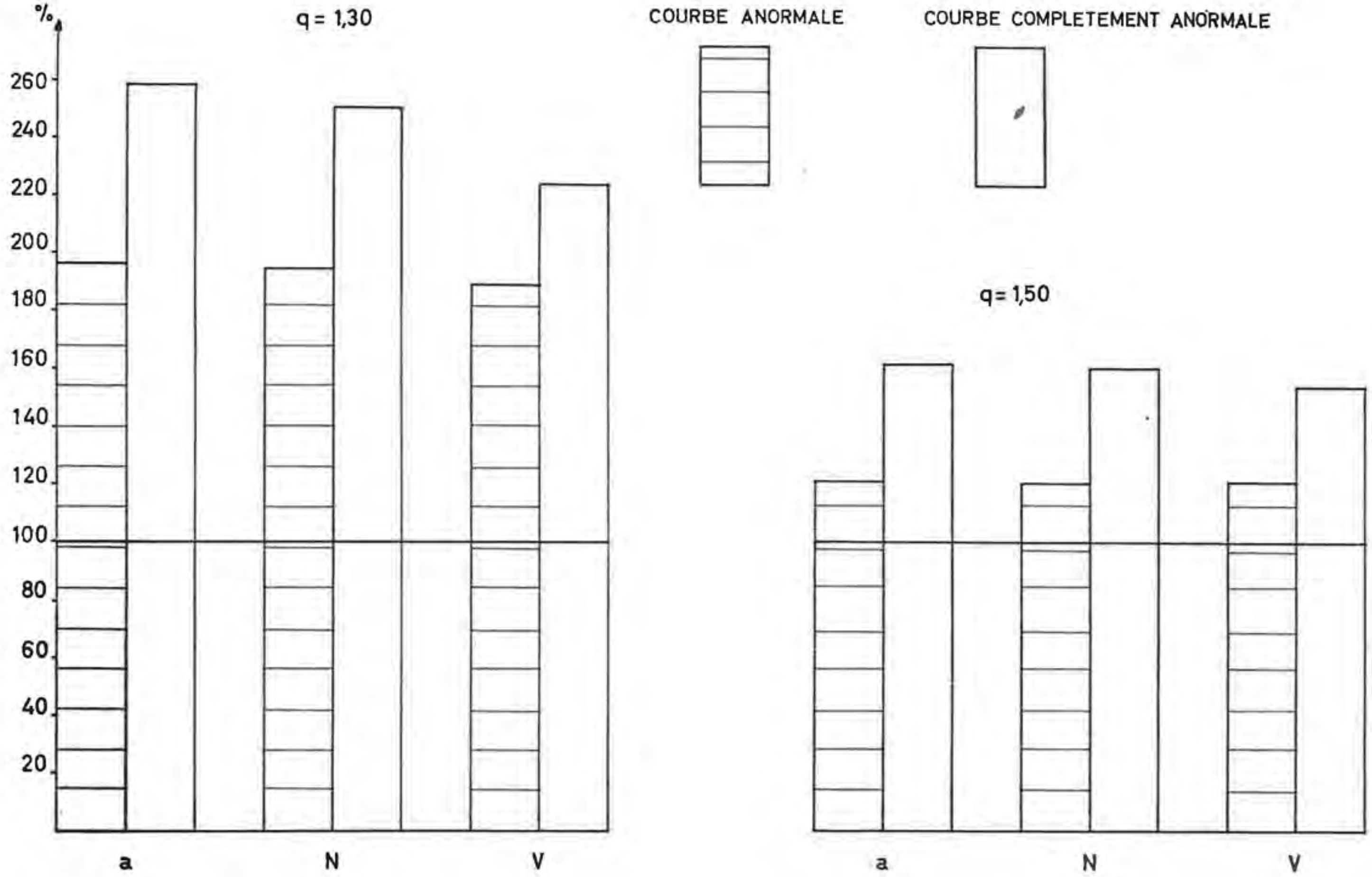

Fig. 2 : Valeurs de a, N et V des courbes anormales et complètement anormales, avec q = 1,30 et 1,50, en pour-cent des valeurs de la courbe normale.

ci ne peut être expliqué par le fait qu'à un coefficient de gradation plus grand correspond un diamètre maximal plus petit, par quoi le nombre de classes de diamètre diminue et l'enchaînement des erreurs s'amoindrit, prouvent les chiffres suivants :

a. Avec $q = 1{,}50$ et $D_E = 100$ (comme avec $q = 1{,}30$), la relation en pour-cent entre la courbe normale d'une part et les courbes anormales et complètement anormales d'autre part est

	a	N	V
an.	121,8	121,7	121,6
c. ann.	162,2	161,8	160,2

Cette relation correspond donc entièrement à celle pour $q = 1{,}50$ et $D_E = 85$.

b. Avec $q = 1{,}30$ et $D_E = 85$ (comme avec $q = 1{,}50$), la relation en pour-cent entre la courbe normale d'une part et les courbes anormales et complètement anormales d'autre part est :

	a	N	V
an.	197,7	193,8	184,4
c. an.	256,3	243,0	220,4

Cette relation correspond pratiquement à celle indiquée pour $q = 1{,}30$ et $D_E = 100$ et est certainement plus grande que la relation pour $q = 1{,}50$ et $D_E = 100$.

Par conséquent, il est certain que l'erreur croissante, commise par un arrondissement incorrect, avec un coefficient de gradation en diminution n'est pas causée par le fait que D_E accroît et que le nombre de classes de diamètre augmente.

Bien que les valeurs croissantes de q ne rendent pas l'erreur, commise par un accroissement incorrect, plus grande, mais au contraire le diminuent, il faut, avec par exemple $q = 1{,}60$, arrondir les nombres de pieds à 0,0001 (au lieu de à 0,001) afin d'obtenir pour un grand D_E (p.ex. 125 comme avec $q = 1{,}20$) la même répartition de nombres de pieds comme dans la courbe idéale.

Le tableau I permet de voir, en outre, que la relation entre les volumes des différentes classes de grosseur et la relation du volume de l'arbre moyen ne dépend pratiquement pas de la manière d'arrondir; il n'y a que la répartition de nombres de pieds complètement anormale qui soit importante, étant donné la diminution aussi bien du pourcentage du bois fort que du volume de l'arbre moyen. Ce dernier fait s'explique par un accroissement relativement plus faible du volume que du nombre de pieds lors d'un pareil arrondissement.

L'accroissement du a, N et V dans les courbes anormales et complètement anormales s'explique par le fait que, dans ces courbes, q est devenu en réalité plus grand. En comparaison avec la courbe normale avec q = 1,30, le coefficient de gradation dans la courbe anormale oscille entre 2,000 et 1,250, tandis qu'il oscille dans la courbe complètement anormale entre 2,000 et 1,3000. (Tableau II).

La valeur de q n'est donc certainement pas constante, de sorte que les nombres de pieds ne représentent guère de progression géométrique.

Il s'ensuit la perte d'une caractéristique théorique de la futaie jardinée. Les oscillations ont lieu surtout dans les classes de diamètre plus hautes qui ont un petit nombre de pieds et où l'arrondissement est, par conséquent, relativement plus important. Que q baisse au-dessous de 1,300 s'explique par le fait que les arrondissements se font également au chiffre inférieur.

TABLEAU II

Valeur réelle de q dans les courbes anormales et complètement anormales en comparaison avec la courbe normale avec q = 1,30

	100	95	90	85	80	75	70
q (an.)	2,000	1,500	1,333	1,250	1,400	1,286	1,333
q (c.an.)	2,000	1,500	1,333	1,500	1,333	1,375	1,364

	65	60	55	50	45	40	35
	1,333	1,313	1,286	1,296	1,314	1,304	1,300
	1,333	1,300	1,308	1,324	1,311	1,305	1,312

	30	25	20	15
	1,295	1,297	1,298	
	1,307	1,303	1,302	

Enfin, le tableau III présente une comparaison des caractéristiques les plus importantes des courbes normales, anormales et complètement anormales pour des valeurs différentes de q et de D_E.

TABLEAU III

Comparaison entre les courbes normales, anormales et complètement anormales

q	D_E	a			N			V		
		norm.	an.	c. an.	norm.	an.	c. an.	norm.	an.	c. an.
1,20	125	55,2	103	177	269,1	507	836	622,2	1136,8	1744,8
	120	46,0	86	147	223,1	421	689	502,2	917,6	1392,1
1,25	110	69,4	149	185	273,7	583	712	475,6	980,7	1152,1
	105	55,5	119	148	218,2	464	564	370,0	759,2	885,8
1,30	95	66,5	131	172	218,6	427	544	301,7	567,3	692,5
1,35	95	121,3	182	301	343,8	516	821	416,4	621,9	945,2
	90	89,8	135	218	254,0	381	603	302,1	450,6	676,3
1,40	90	155,6	220	307	386,4	547	751	408,9	583,0	771,0
	85	111,1	157	219	275,3	390	532	286,3	409,0	531,6
1,45	85	181,6	262	379	402,5	577	823	378,9	535,8	739,4
	80	125,3	181	261	277,2	396	562	256,3	360,5	501,8
1,50	80	194,6	237	315	387,3	471	622	344,1	402,1	518,8
1,55	75	192,3	262	400	347,8	472	715	272,0	365,5	538,5
	70	124,1	169	258	223,7	303	457	171,9	229,9	334,6
1,60	70	175,9	221	246	291,6	365	565	210,7	261,0	391,3
	65	110,0	138	216	181,6	227	349	128,6	158,6	234,4

Lorsque l'on part des valeurs de q et de D_E connues, l'arrondissement incorrect lors du calcul de la répartition du nombre de pieds cause de grandes déviations par rapport à la normalité absolue. Pour le calcul de la courbe normale, l'arrondissement ne peut se faire que lors de l'enregistrement, mais en même temps les calculs doivent être effectués avec les nombres arrondis au plus tôt au troisième chiffre après l'unité.

Lorsque, par contre, on part des valeurs de q et de a connues, l'arrondissement ne doit pas se faire avec tant de précision, parce que les petits nombres de pieds où se produit l'erreur relativement la plus grande, ont lieu le plus tard dans les calculs. Lorsque, par exemple, avec q = 1,60 et a = 110,0, on arrondit à 0,1 ou à l'unité même, D_E reste = 65 cm, N devient 181,9 respectivement 184,0, tandis que le nombre de pieds normal est de 181,6. Les volumes correspondants s'élèvent à 129,0 et 133,1 par rapport à un volume normal de 128,6. La divergence est donc très faible. L'erreur est également très faible avec q = 1,20 et a = 55,2 si l'on arrondit à 0,1. Le nombre de pieds et le volume s'élèvent alors à 271,4 respectivement 628,9 par rapport aux valeurs normales de

269,1 et 622,2. Il est évident que dans ce dernier cas on ne peut pas arrondir à l'unité, parce que dans les classes de diamètre les plus hautes on obtiendrait toujours le même nombre de pieds. (Toutes les classes à partir de 95 cm comprendraient chacune 3 arbres). Ceci est d'ailleurs le cas pour toutes les valeurs de q plus basses de 1,30 ou égales à 1,30.

Lorsque, avec q = 1,20 et a = 55,2, on arrondit à 0,01, la courbe de nombre de pieds est analogue à la courbe normale.

L'erreur dans les nombres de pieds, causée par un arrondissement incorrect, est donc, comme on pouvait s'y attendre, beaucoup plus petit lorsque l'on part du nombre de pieds de la classe de diamètre la plus basse que si l'on part du nombre de pieds de la classe la plus haute, à savoir 1.

Knuchel (2) reprend de Schaeffer, Gazin et d'Alverny quelques répartitions de nombres de pieds caractérisées par :

q	D_E	a	N	V	Vol. M	% bois fort
1,30	95	90	286	409	1,40	49
1,35	90	105	300	358	1,20	42
1,40	85	120	297	310	1,04	35
1,50	75	150	299	254	0,85	24

Ces courbes ne correspondent pas aux courbes normales (voir Tableau I et II) : les valeurs sont trop hautes. L'unique cause de divergence se trouve dans l'arrondissement incorrect. Par ce fait, et bien que ce soit de première importance, il est impossible de comparer les courbes de nombres de pieds avec une même valeur de q, D_E ou a.

RÉSUMÉ

Lors du calcul des nombres de pieds de la courbe d'équilibre, les mêmes résultats ne sont pratiquement jamais obtenus, parce que l'arrondissement des nombres de pieds se fait d'une façon plutôt arbitraire.

Pour un calcul très précis de la répartition du nombre de pieds, à partir des valeurs de q et D_E connues, l'arrondissement des nombres qui servent à calculer les nombres de pieds suivants, peut se faire au plus tôt au troisième chiffre après l'unité.

Cependant, lors de l'enregistrement des nombres de pieds, on peut arrondir au premier chiffre après l'unité. Il s'ensuit que de même les volumes ne doivent être calculés que jusqu'à un chiffre après l'unité.

Le tableau I et les figures 1 et 2 montrent clairement les erreurs causées par un arrondissement incorrect.

L'augmentation forte de a (nombre de pieds dans la classe 15), du nombre de pieds total et du volume total dans la courbe anormale (arrondir à l'unité) et la courbe complètement anormale (arrondir l'unité au chiffre supérieur), s'explique par le fait que dans ces courbes q est en réalité devenu plus grand.

Par contre, lorsque l'on part des valeurs de q et de a connues, l'arrondissement peut se faire au premier chiffre après l'unité, parce que les petits nombres de pieds, où se produit l'erreur relativement la plus grande, ont lieu le plus tard.

SAMENVATTING

Nauwkeurigheid bij het berekenen van de evenwichtscurve volgens de LIOCOURT

Bij het berekenen van de stamtallen van de evenwichtscurve worden praktisch nooit dezelfde resultaten bekomen, omdat de afronding van de stamtallen eerder willekeurig gebeurt.

Om uitgaande van gekende waarden van q en D_E, de stamtalverdeling volledig juist te berekenen, mag de afronding van de getallen, die dienen voor het berekenen van de volgende stamtallen, ten vroegste gebeuren op het derde cijfer na de eenheid.

Bij het inschrijven van de stamtallen mag echter afgerond worden op het eerste cijfer na de eenheid. Hieruit volgt, dat ook de volumes enkel tot op één cijfer na de eenheid moeten berekend worden.

Tabel 1 en de figuren 1 en 2 tonen duidelijk de fouten aan die gemaakt worden door verkeerd afronden.

De grote stijging van a (stamtal in de klasse 15), van het totale stamtal en van het totale volume bij de abnormale (afronden op de eenheid) en de volledig abnormale curve (afronden op de eenheid naar boven toe), wordt verklaard door het feit, dat bij deze curven q in werkelijkheid groter is geworden.

Wanneer daarentegen uitgegaan wordt van gekende waarden van q en a, mag de afronding gebeuren op het eerste cijfer na de eenheid, omdat hier de kleine stamtallen, waarop relatief de grootste fout gemaakt wordt, het laatst voorkomen.

LITTÉRATURE

1. BIOLLEY H.E. — L'Aménagement des forêts par la méthode expérimentale et spécialement la méthode du contrôle. Paris. Neuchatel 1920.
2. KNUCHEL H. — Planung und Kontrolle im Forstbetrieb. Aarau 1950.
3. LENGER A. — A propos d'une loi mathématique simple concernant la structure équilibrée des peuplements forestiers. *Bull. Inst. Agr. Gembl. XXII* (2) 1954 241.
4. PRODAN M. — Die theoretische Bestimmung des Gleichgewichtszustandes im Plenterwald. *J.F.S.* 100 (2) 1949, 81.
5. SUSMEL L. — Leggi di variatione dei parametri della foresta disetanea normale. *L'Italia forest. mont.* 1956.
6. VAN MIEGROET M. — De toepassing van de plentering in Nederland. *N.B.T.* 37 (10) 1965, 310-334.